



---

# シェル要素を使用した PINNsモデル検証

株式会社アストライアーソフトウェア

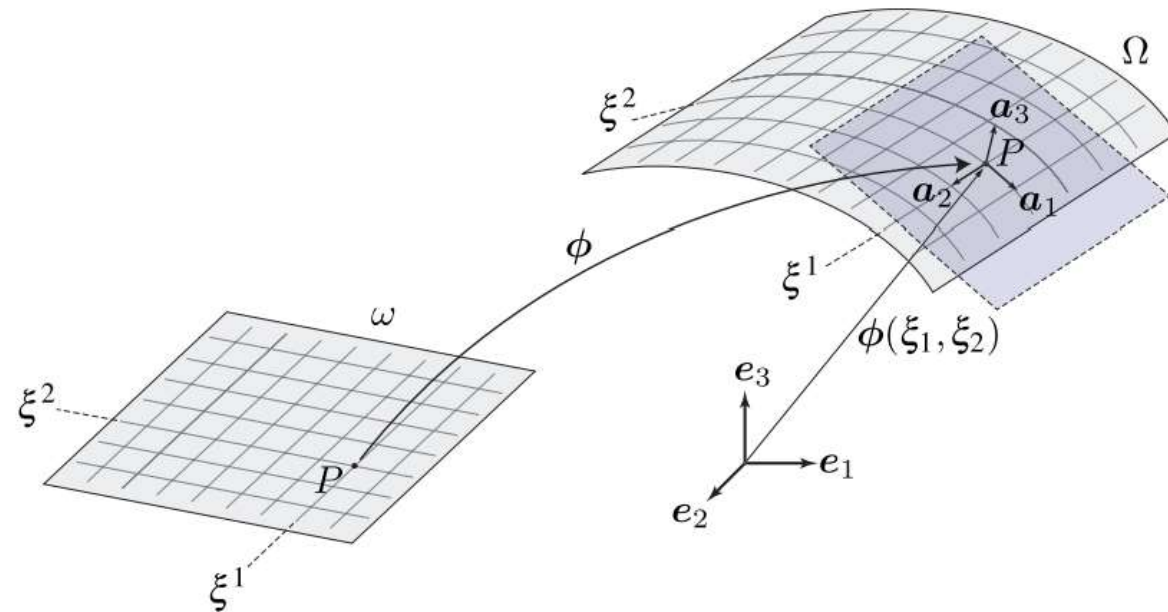
2024年12月16日

# 概要



- 今までに検証してきたPINNsモデルは、入力点の自由度がX、Y、Z並進方向のみであり、いわゆるFEMのソリッド要素を想定したAIモデルであった。
- 一方実際のFEM解析では、入力の自由度としてX、Y、Z並進に加えて $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 回転の5自由度を持つシェル要素も広く使われている。
- よってこれらシェル要素を使用したサロゲートモデルにPINNsを適用する場合、入力自由度として5自由度を持つ、PINNsモデルを適用する必要がある。
- 今回は後述するシェル要素の定式化に従ったPINNsモデルを検証した。

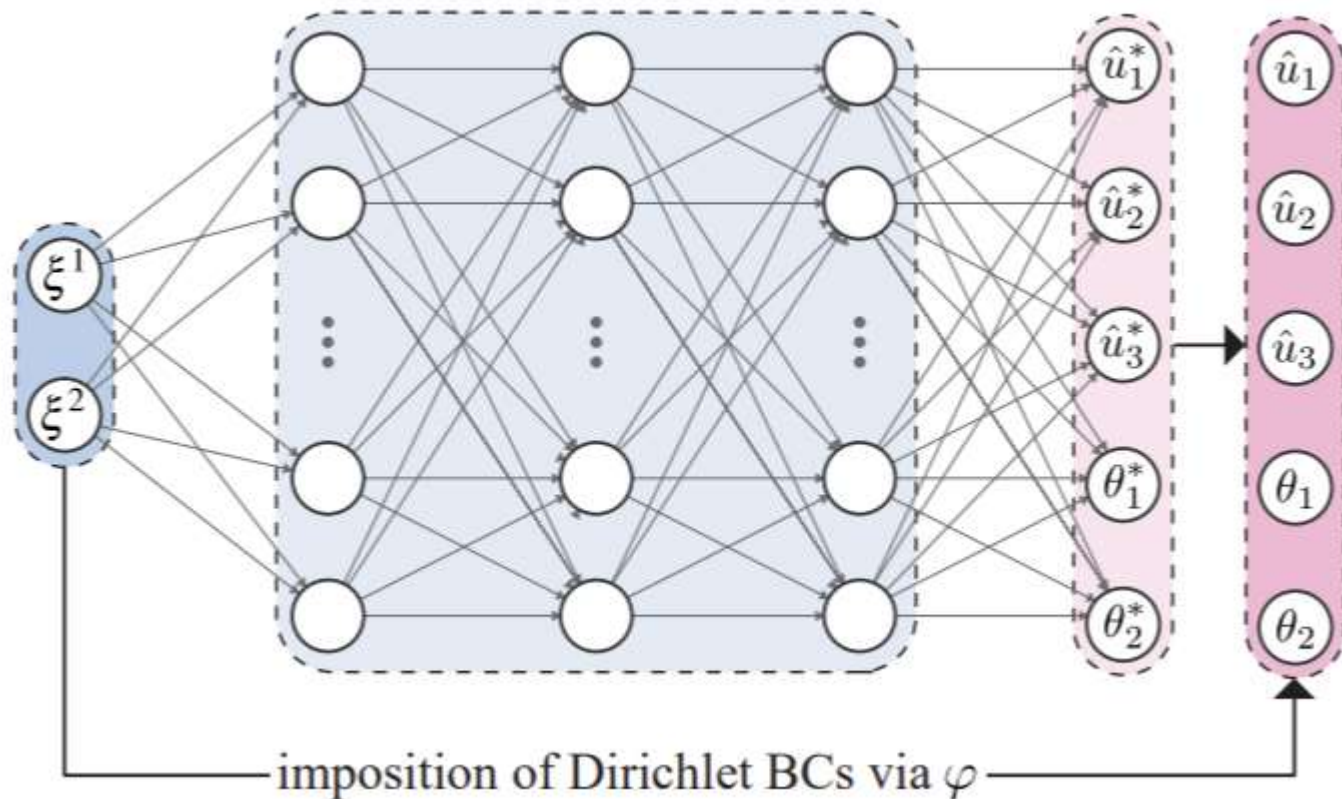
# シェル要素の定式化



シェルの中間面は、参照領域 $\omega$ から物理領域 $\Omega$ にマッピングするチャート $\phi$ に基づいて定義されます。

以下の論文の定式化を参照しました。

Reference from *Physics-Informed Neural Networks for Shell Structures*, Mechanics & Materials Lab, Department of Mechanical and Process Engineering, ETH Zurich, 8092 Zurich, Switzerland



PINNは、スケールされたグローバル変形 $\hat{u}^*$ と回転 $\theta^*$ を予測し、これを試行関数 $\varphi$ に掛けてディリクレ境界条件を課します。

ネットワークのトレーニングのための損失関数は、弱形式に基づいて以下に定義されます。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{weak}}(\tau) = & \frac{|\omega|}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} \left( \underbrace{\frac{1}{2} t e_{\tau}(\xi_i) : \mathbb{C}(\xi_i) : e_{\tau}(\xi_i)}_{\text{membrane energy}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{t^3}{12} \mathbf{k}_{\tau}(\xi_i) : \mathbb{C}(\xi_i) : \mathbf{k}_{\tau}(\xi_i)}_{\text{bending energy}} \right. \\
 & \left. + \underbrace{\frac{1}{2} \kappa t \gamma_{\tau}(\xi_i) \cdot \mathbb{D}(\xi_i) \cdot \gamma_{\tau}(\xi_i)}_{\text{shear energy}} - \underbrace{W_{\text{ext},\tau}(\xi_i)}_{\text{external work}} \right) \sqrt{a(\xi_i)},
 \end{aligned}$$



---

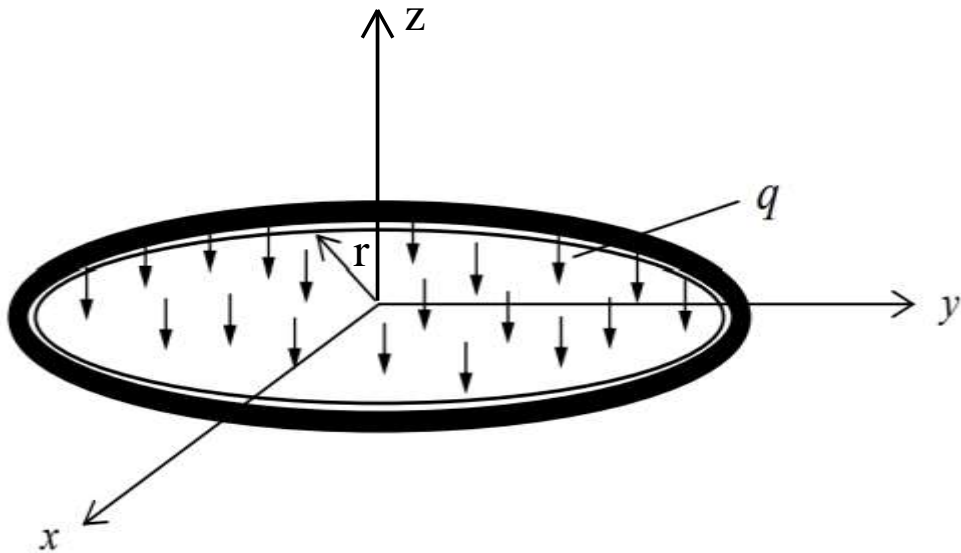
# 円盤パラメトリックトレーニング

# 概要



- シェル要素PINNsモデルの検証を円盤モデルで実施した。
- 円盤モデルは次ページに表される円形であり、円弧上をすべて固定されている。これに等分布荷重を負荷した状態の変位量と応力値を求める。
- トレーニングでは、半径を0.1mから0.5mまで範囲でランダムに選択した50個の円盤モデルを使用した。これによりこの範囲で如何なる半径値にも対応できるパラメトリックモデルを目指した。また、同モデルの変位、応力理論解をトレーニング中に参照している。
- 類推結果は、理論解と比較して、未知形状に対して非常に優れた一致を見た。

# 検証モデル



円形板は境界エッジすべてで固定され、板には分布荷重  $6.895e3 \text{ N/m}^2$  がかけられます。

ヤング率 :  $E = 10.92e11 \text{ N/m}^2$

ポアソン比 : 0.3

板の厚さは  $0.0254 \text{ m}$  に固定され、半径は  $0.1 \sim 0.5 \text{ m}$  からランダムに選択されます。

厚肉シェル要素が適用されます。

$$E = 10.92e11 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0.3$$

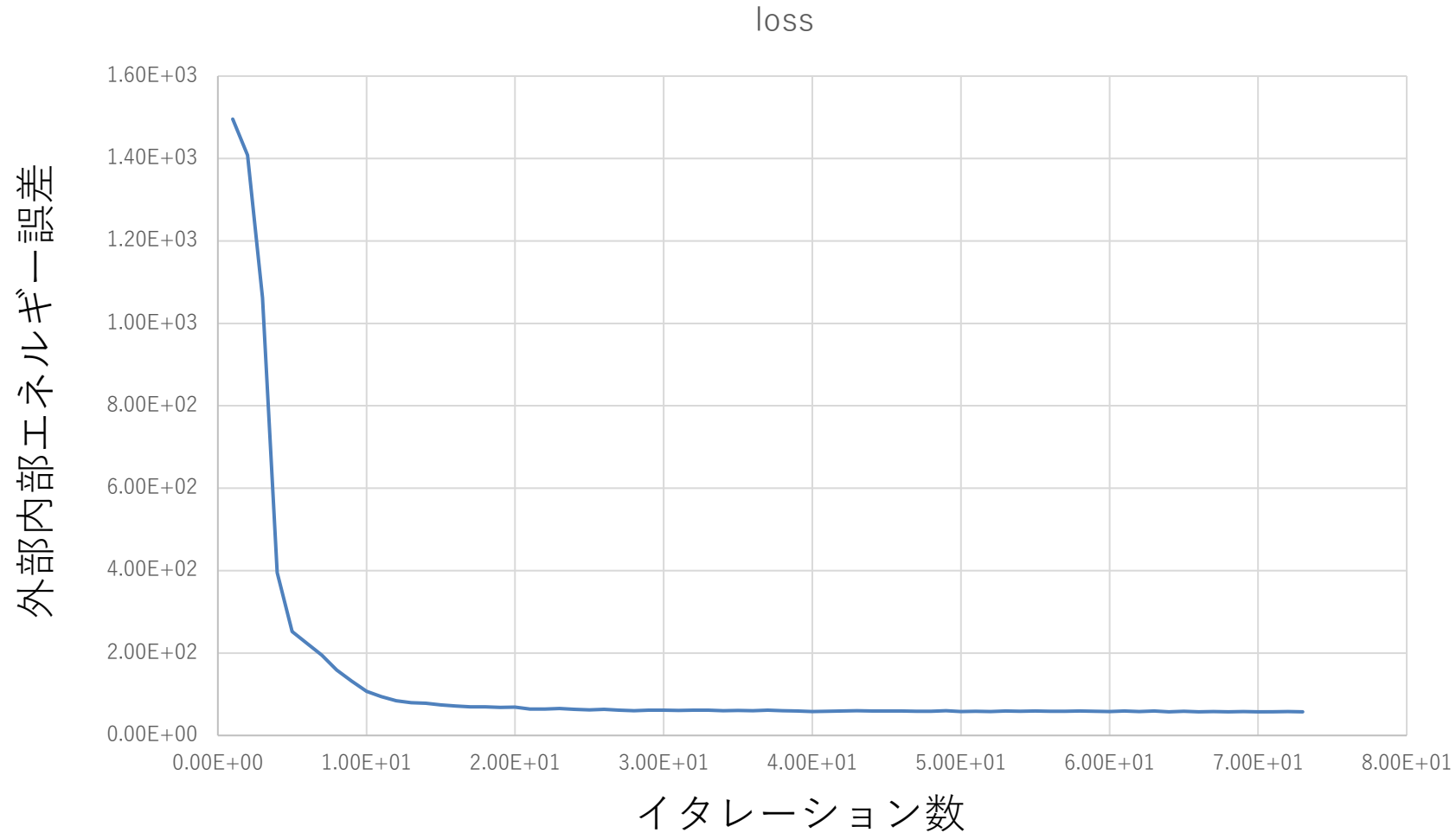
$$q = 6.895e6 \text{ N/m}^2$$

$$\text{板厚} = 0.0254 \text{ m}$$

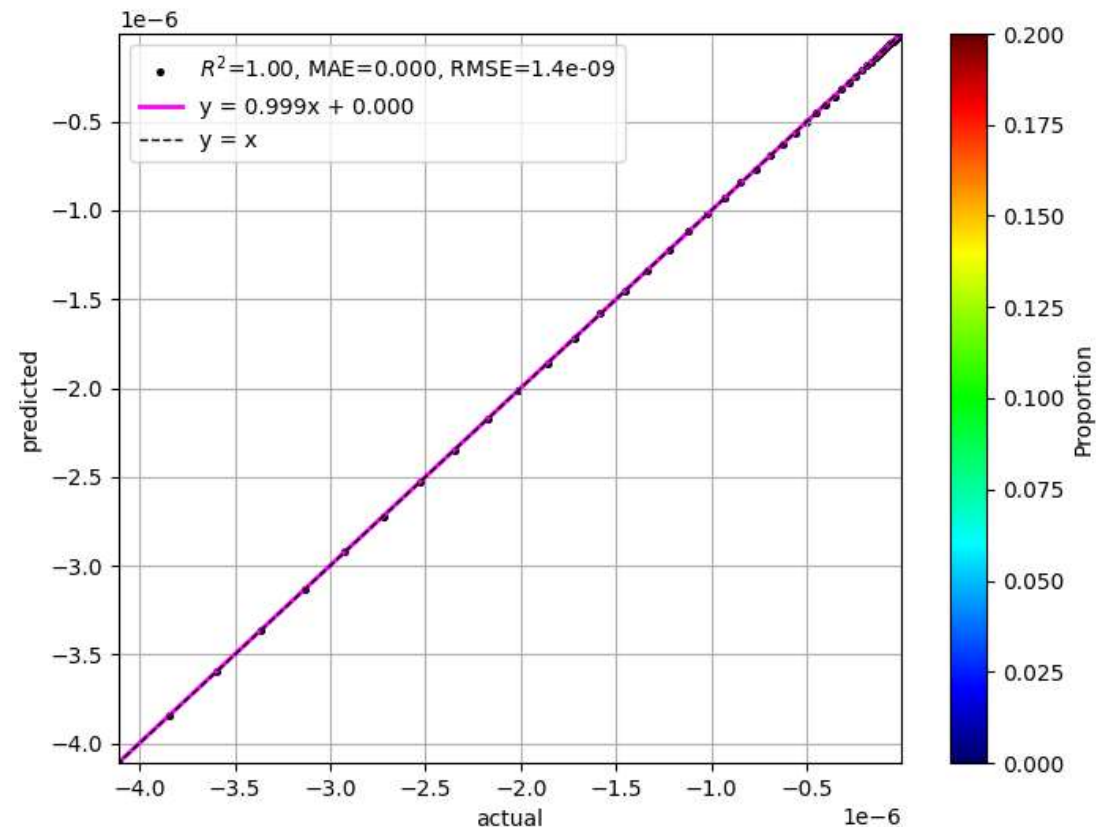
# 変位類推モデル検証



# 損失関数の収束状況



# 円板の中心におけるZ変位精度プロット ( $x=0, y=0$ )



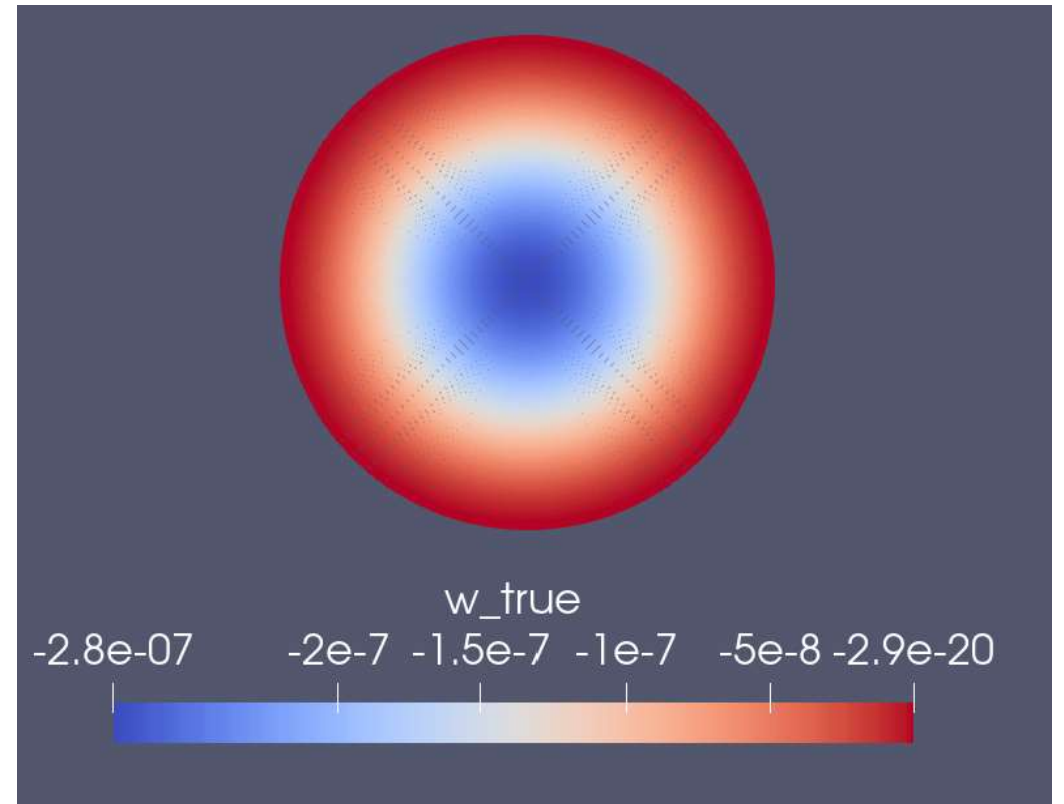
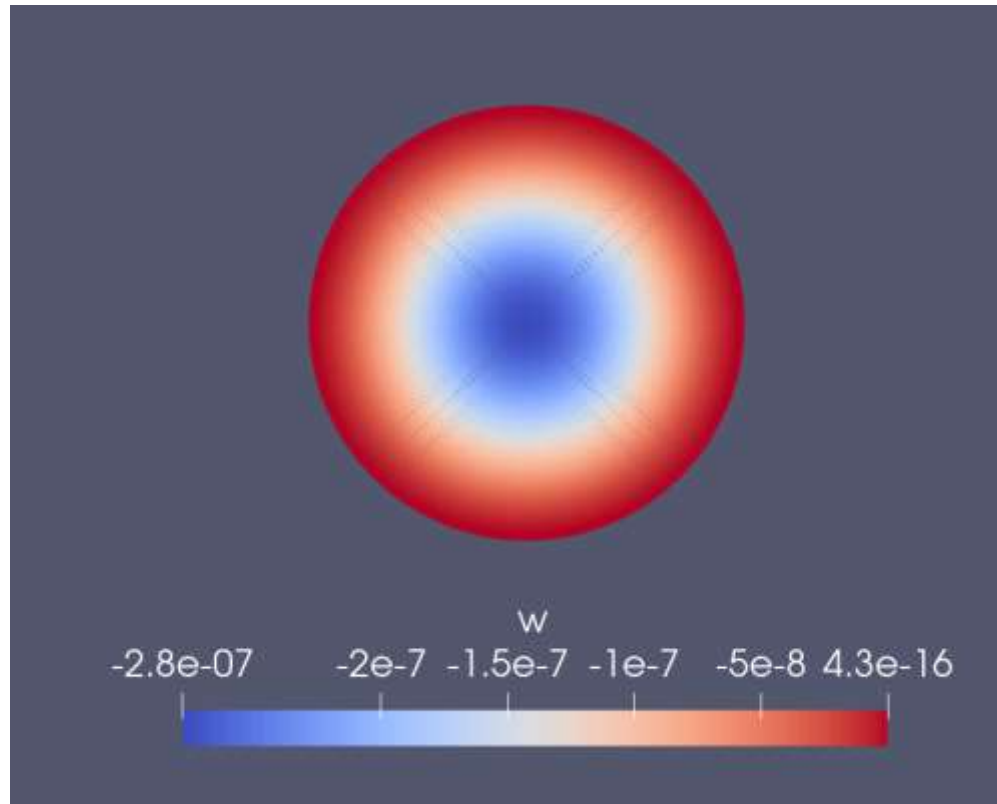
# Z方向變位分布

半徑：0.255102m (既知形狀)



PINNs解

理論解

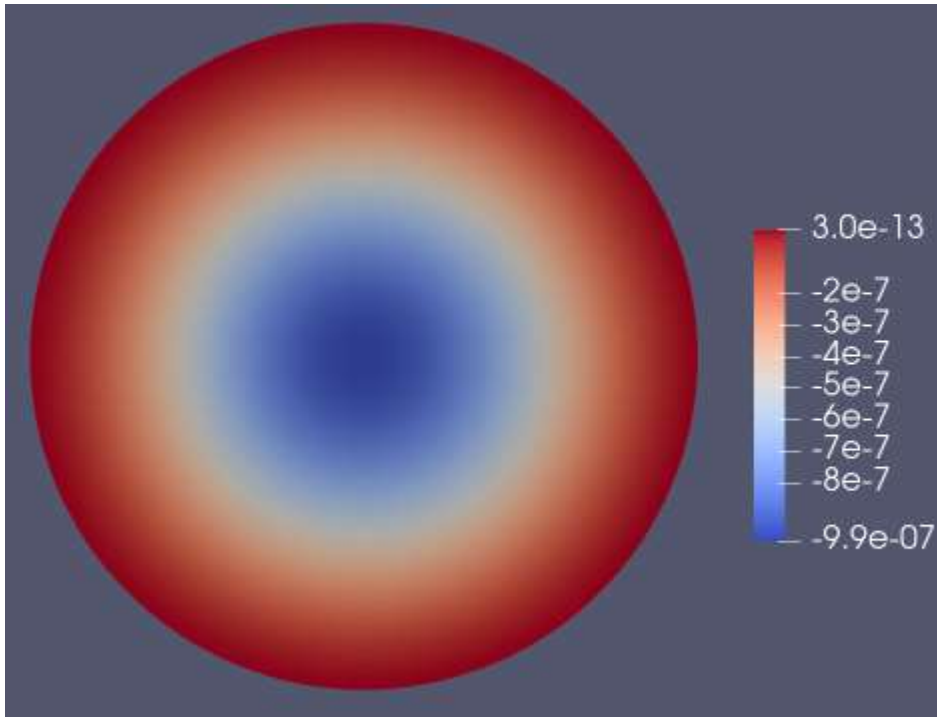


# Z方向變位分布

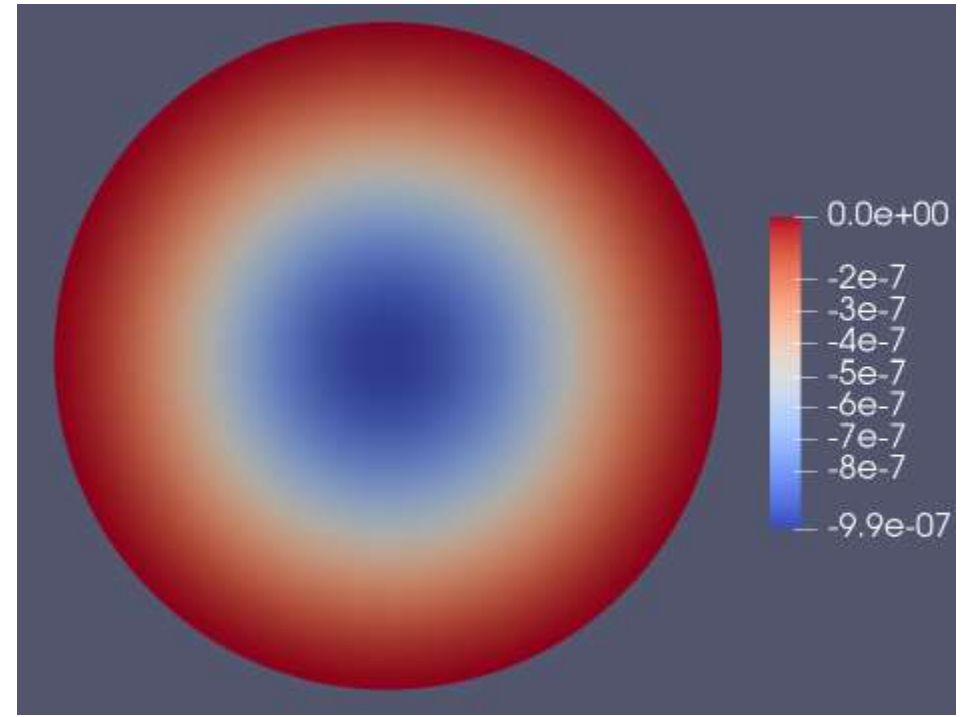
半徑：0.35m (未知形狀)



PINNs解

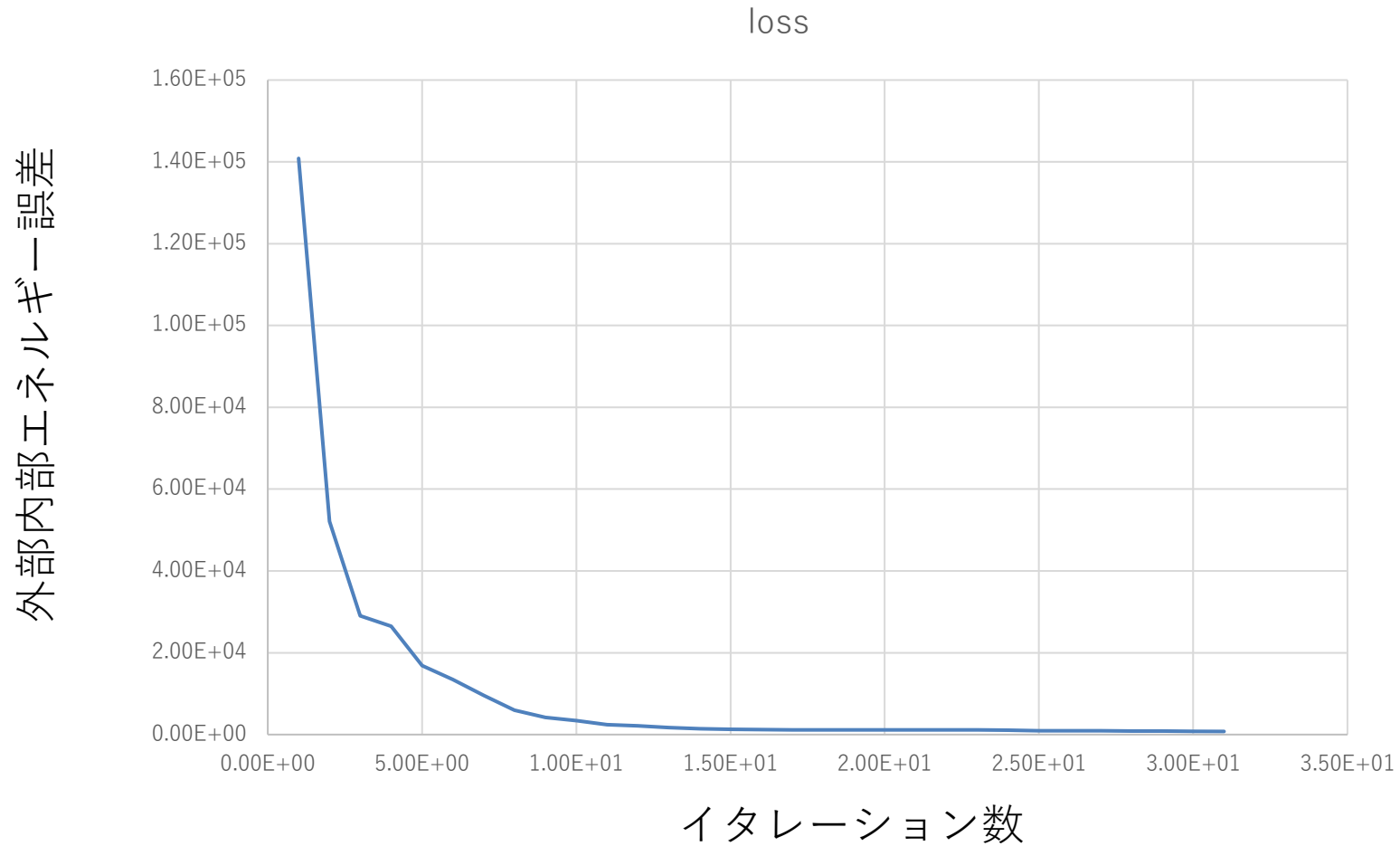


理論解

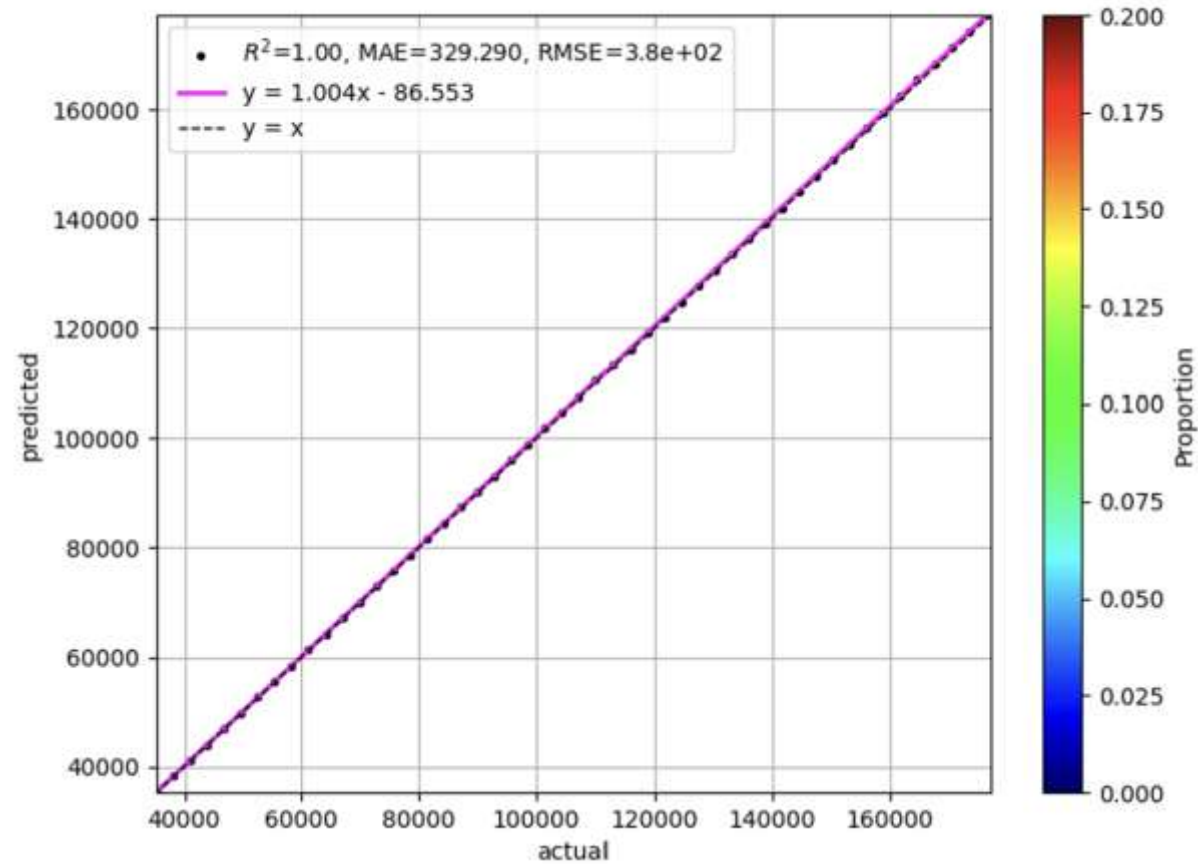


# 応力類推モデル検証

# 損失関数の収束状況



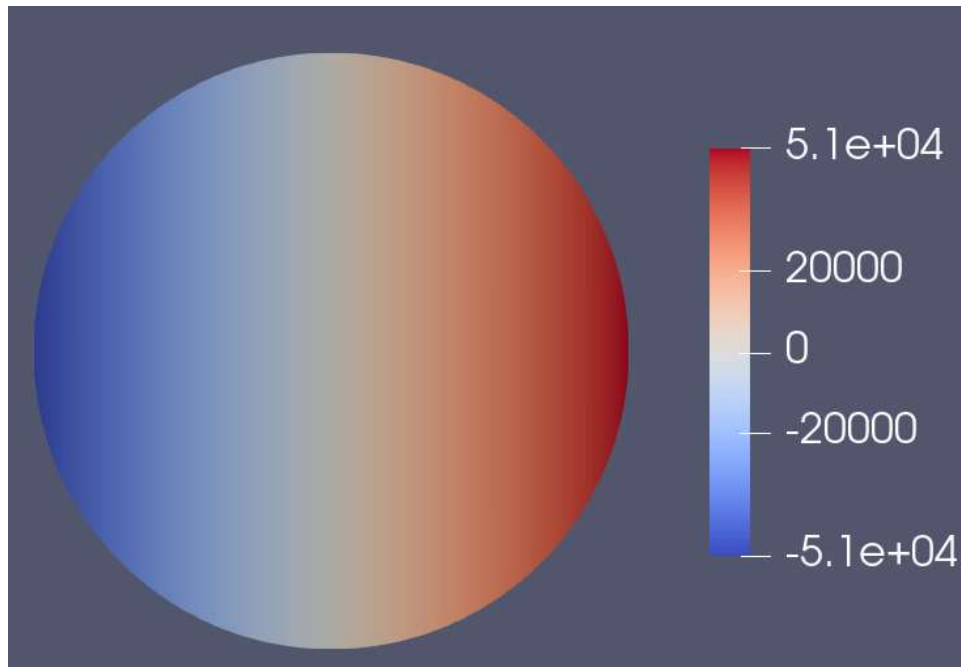
# 最大ミーゼス応力精度比較プロット



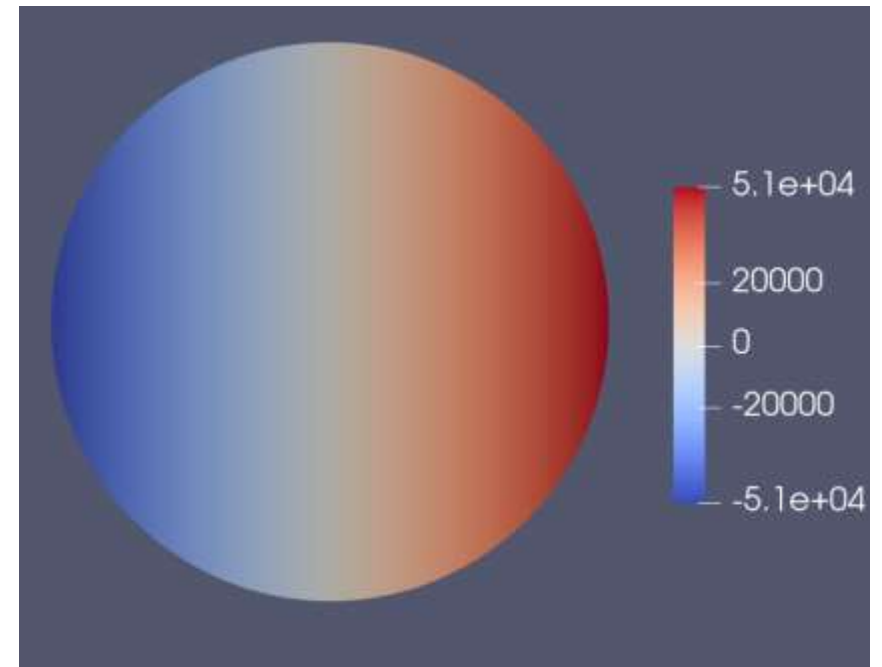
# せん断応力XZ比較 半径：0.25m（既知形状）



PINNs類推解



理論解

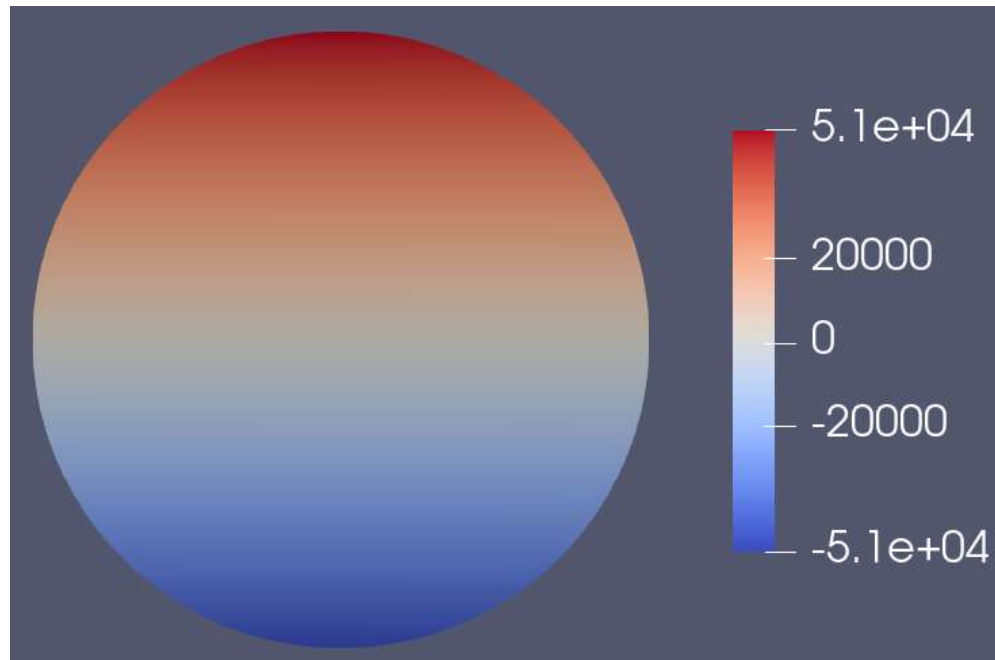




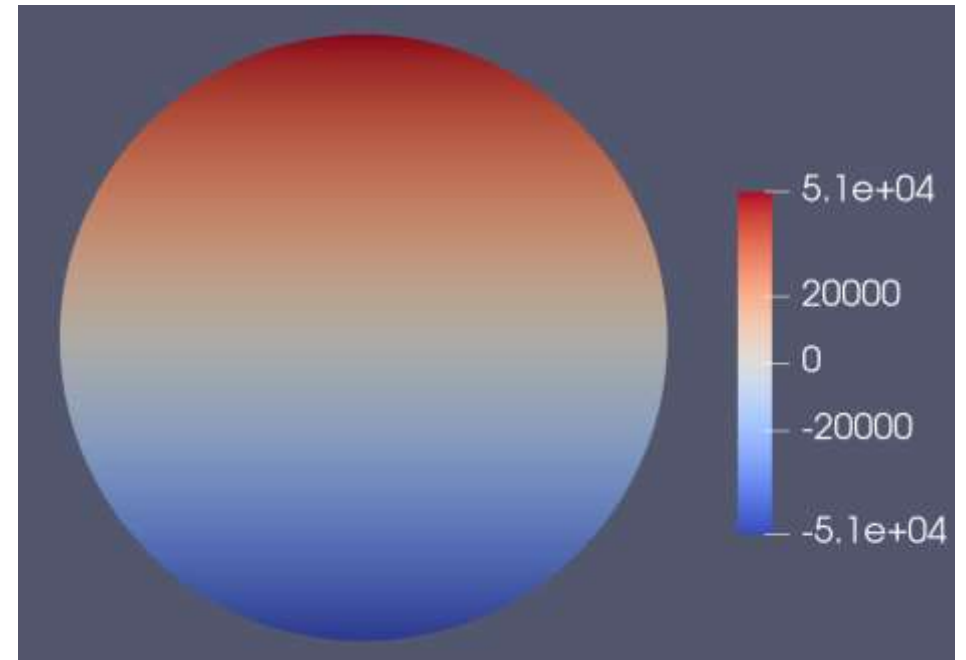
# せん断応力YZ比較 半径：0.25m（既知形状）



PINNs類推解



理論解

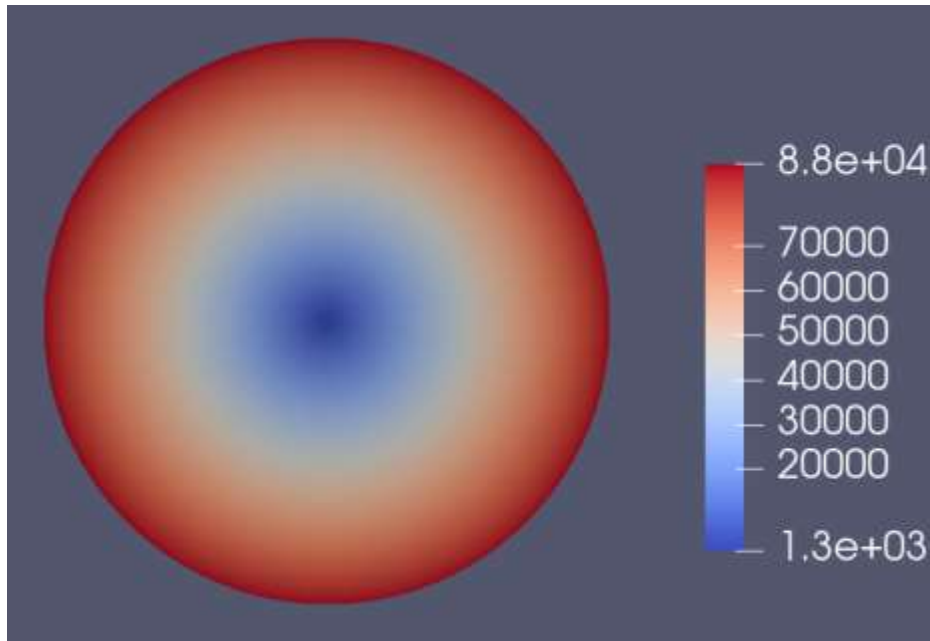


# ミーゼス応力の比較

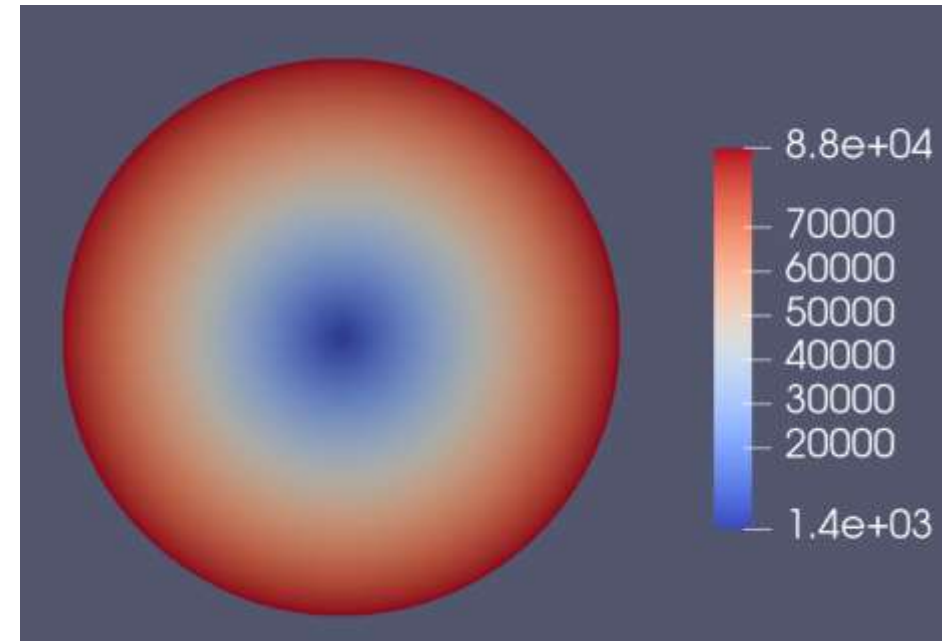
半径：0.25m (既知形状)



PINNs類推解



理論解

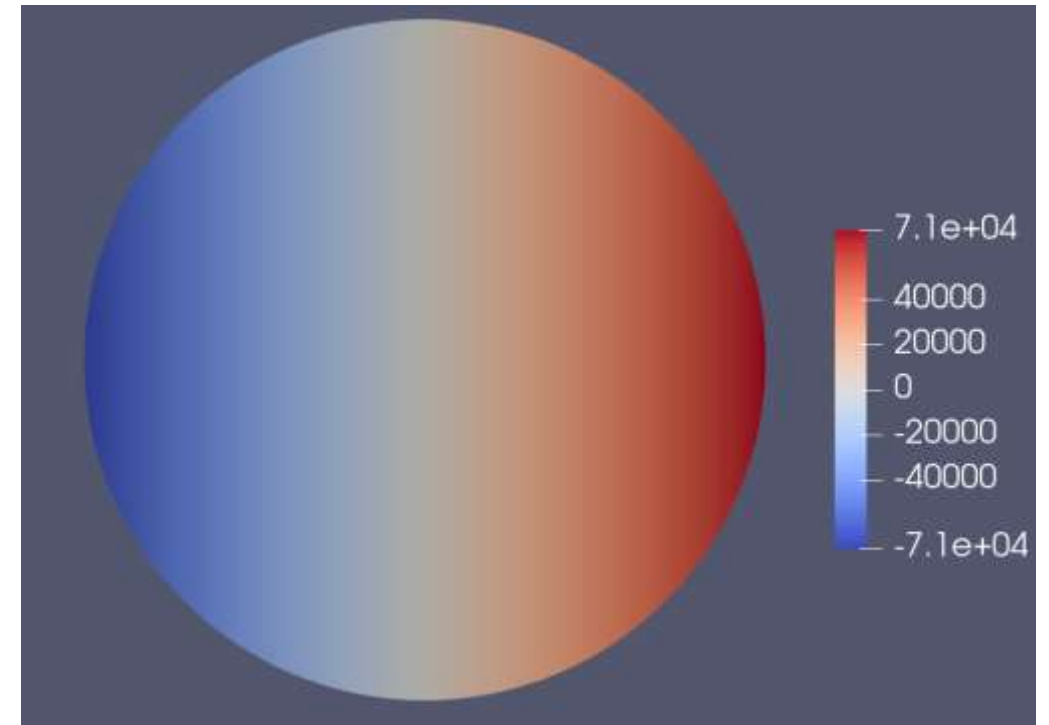
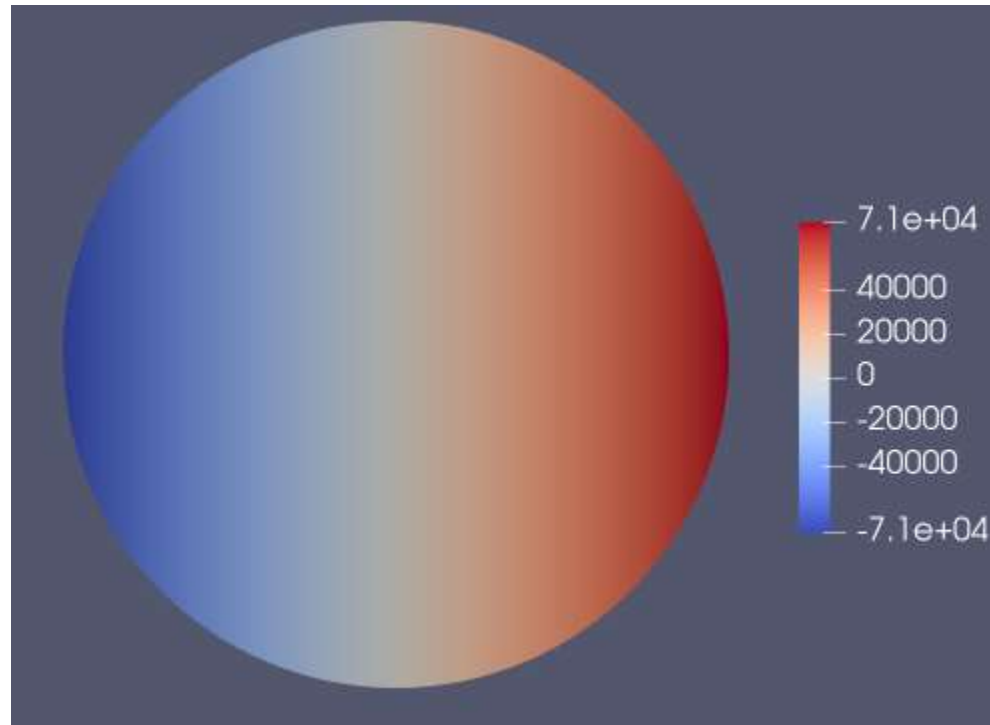


# せん断応力XZ比較 半径：0.35m（未知形状）



PINNs解

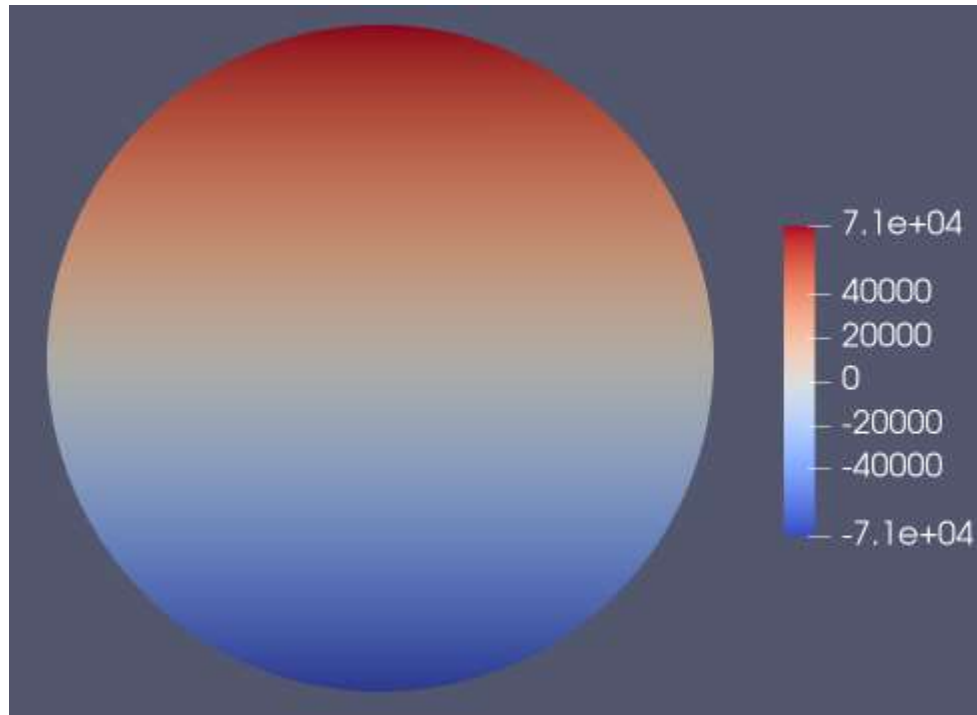
理論解



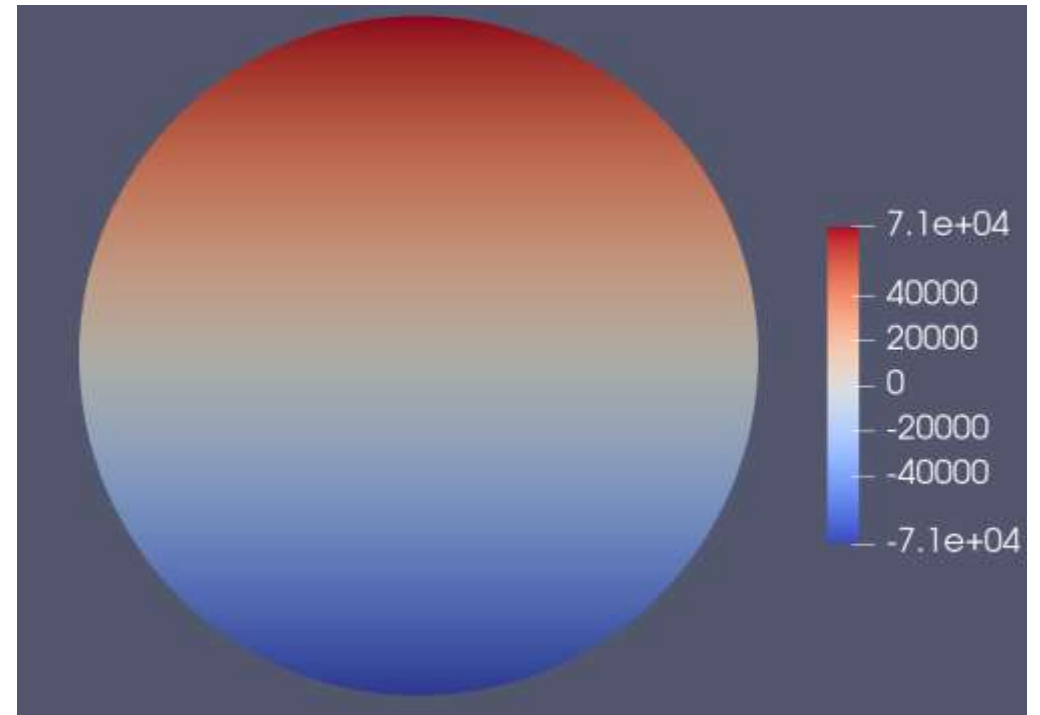
# せん断応力YZ比較 半径：0.35m（未知形状）



PINNs解



理論解

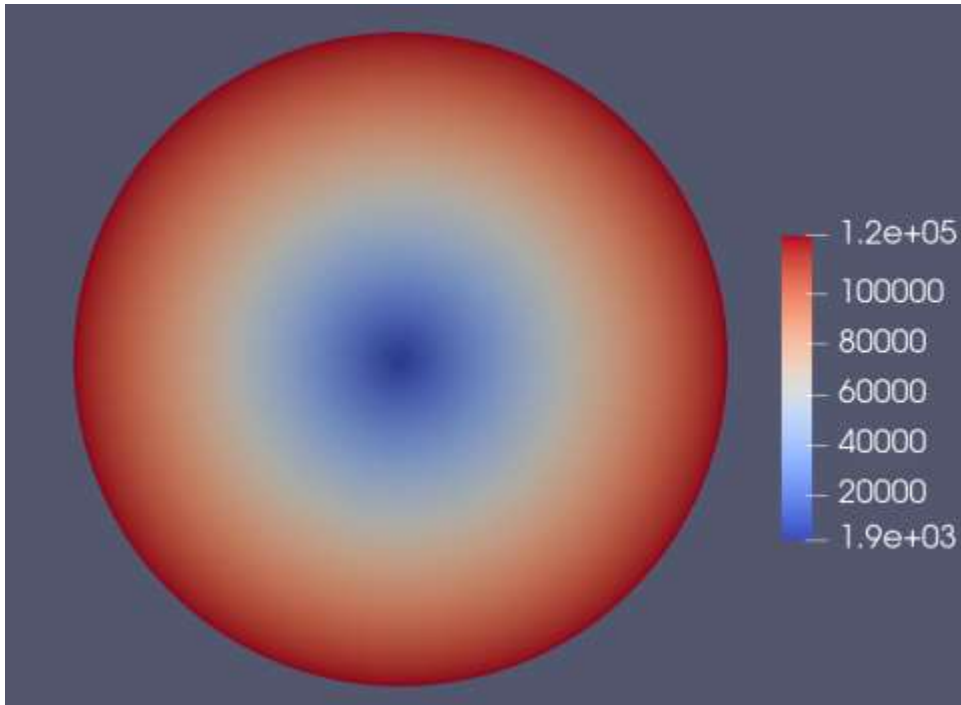


# ミーゼス応力の比較

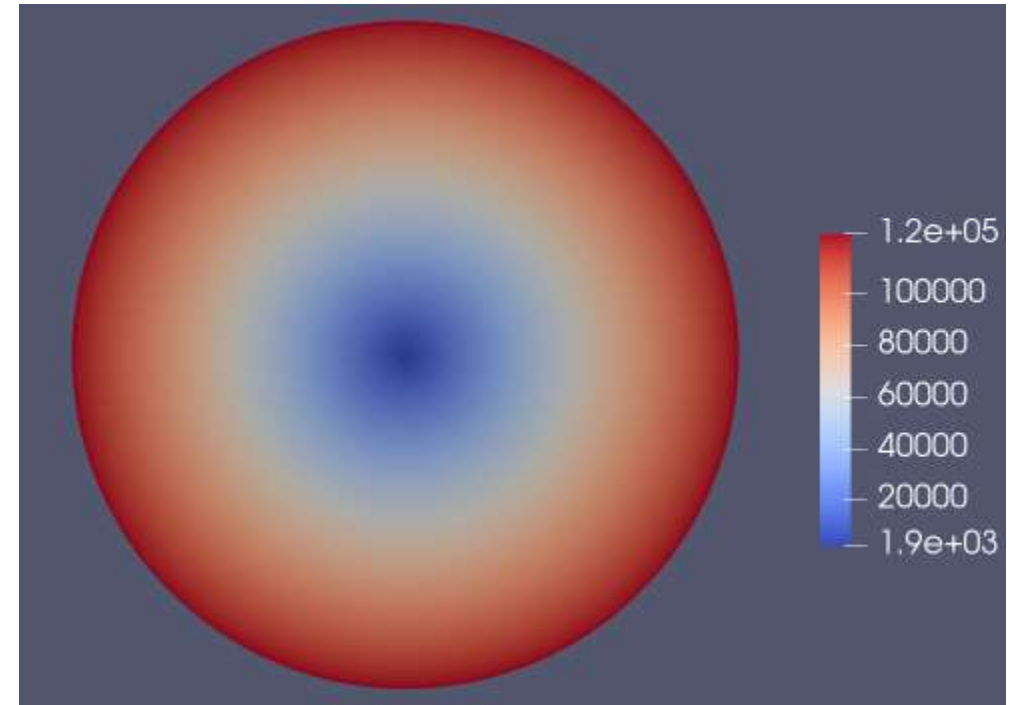
半径：0.35m (未知形状)



PINNs解



理論解





---

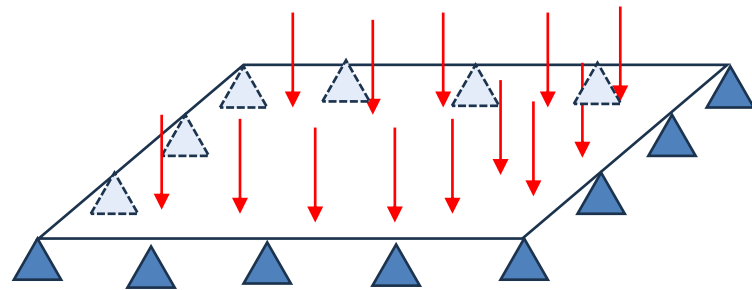
# 矩形パラメトリックトレーニング

# 概要



- シェル要素PINNsモデルの検証を矩形モデルで実施した。
- 矩形モデルは次ページに表される長方形であり、外周エッジ上をすべて固定されている。これに等分布荷重を負荷した状態のたわみ量と応力値を求める。
- トレーニングでは、幅と長さを0.2mから1.0mまで範囲でランダムに選択した100個の長方形モデルを使用した。これによりこの範囲で如何なる形状にも対応できるパラメトリックモデルを目指した。また、同モデルのFEM解をトレーニング中に参照している。
- 類推結果はFEM解と比較した。変位、応力とも良好な一致を見せるが、FEM要素定式化やメッシュサイズに起因すると思われる差異も観察された。PINNs解と一致する解を提供するFEMソルバーもあり、ソルバー依存性もある。これは今後の検討課題としている。

# 検証モデル



$$E = 10.92e11 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0.3$$

$$q = 6.895e6 \text{ N/m}^2$$

$$\text{板厚} = 0.0254 \text{ m}$$

矩形板は境界エッジすべてで固定され、板には分布荷重  $6.895e3 \text{ N/m}^2$  がかけられます。

ヤング率： $E = 10.92e11 \text{ N/m}^2$ ，  
ポアソン比： $0.3$

板の厚さ  $0.0254 \text{ m}$  に固定され、矩形板の幅と高さは、 $0.2 \sim 1 \text{ m}$  からランダムに選択されます。  
厚肉シェル理論が適用されます。

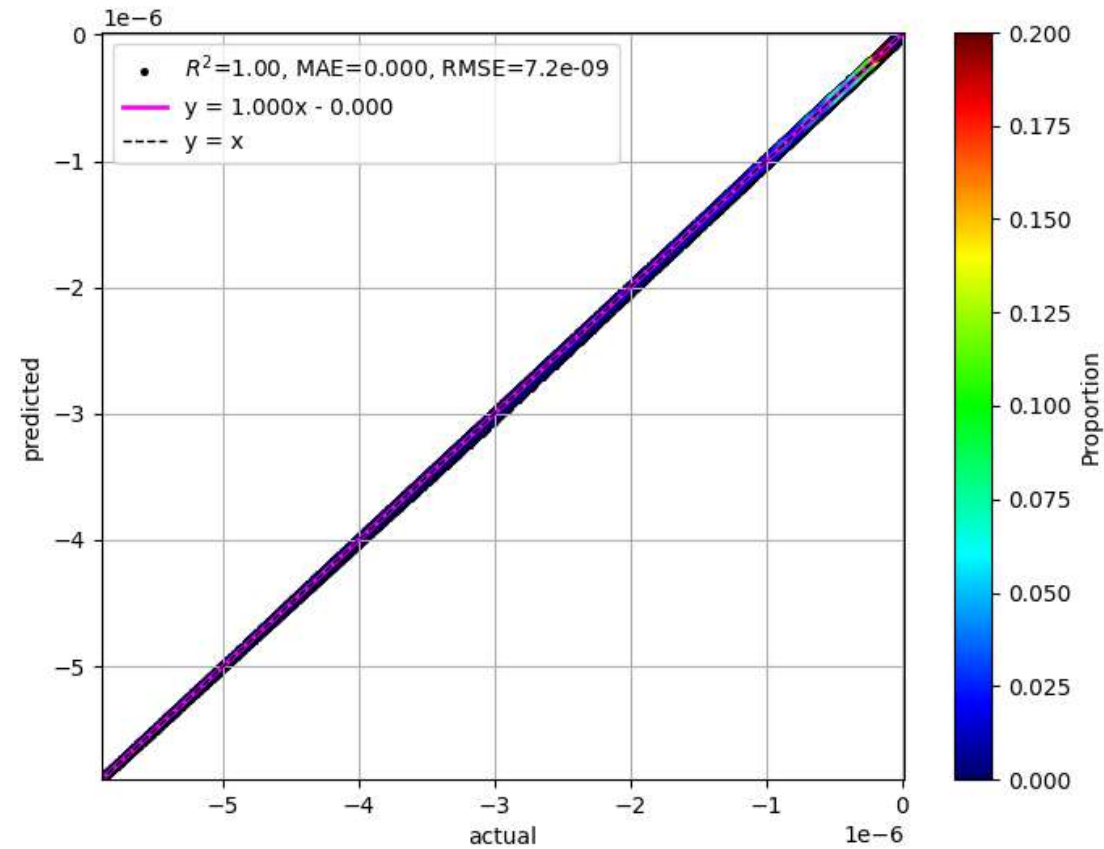


# 変位類推モデル検証

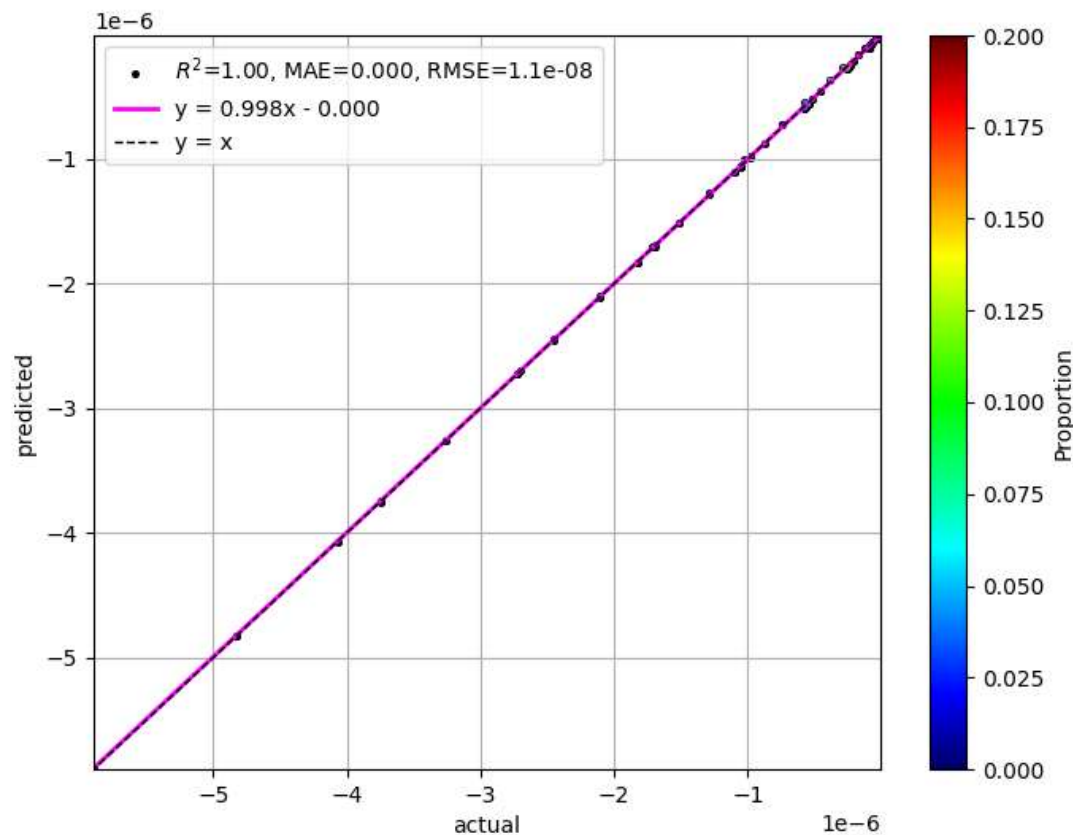
# 損失関数の収束状況



# Z変位精度プロット



# 円板の中心におけるZ変位精度プロット ( $x=0, y=0$ )

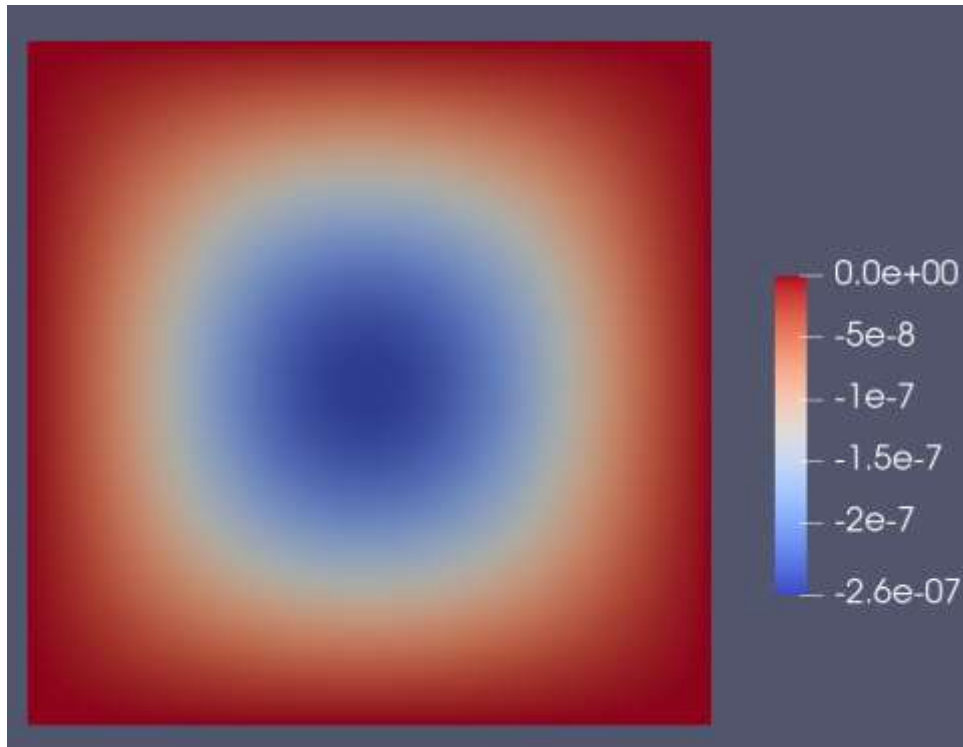


# Z方向変位分布

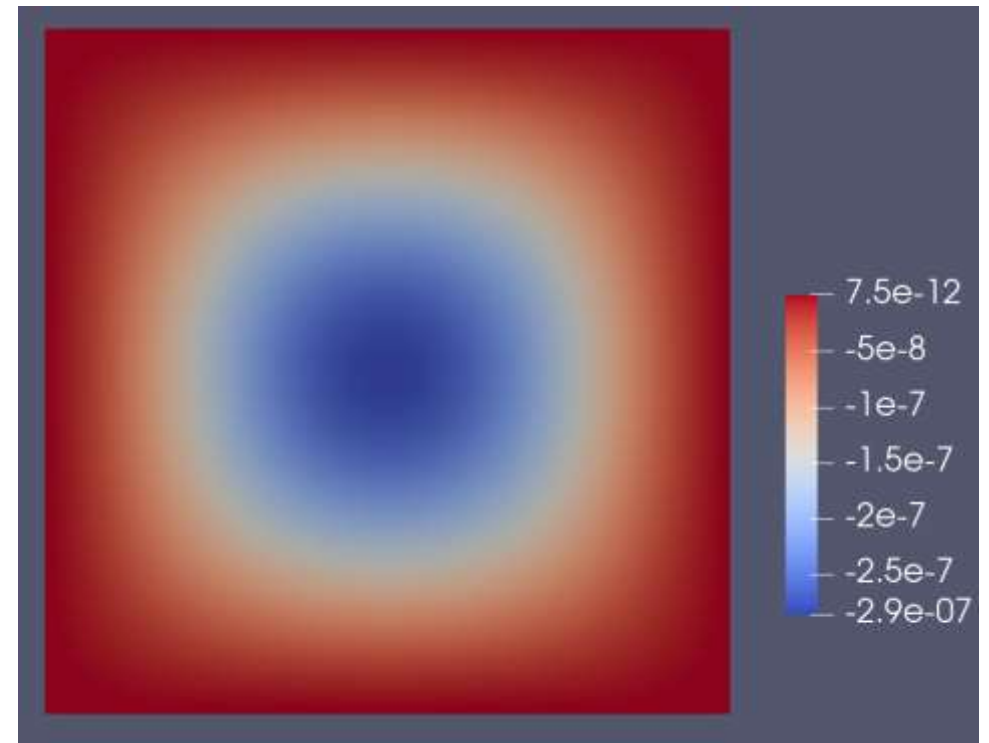
幅：0.466m 長さ：0.466m (既知形状)



PINNs類推解



FEM解

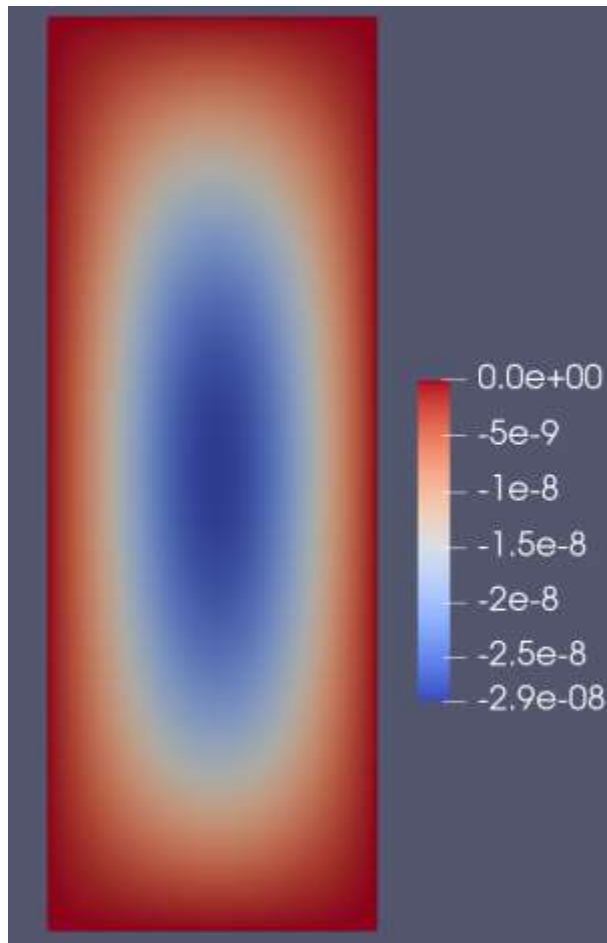


# Z方向変位分布

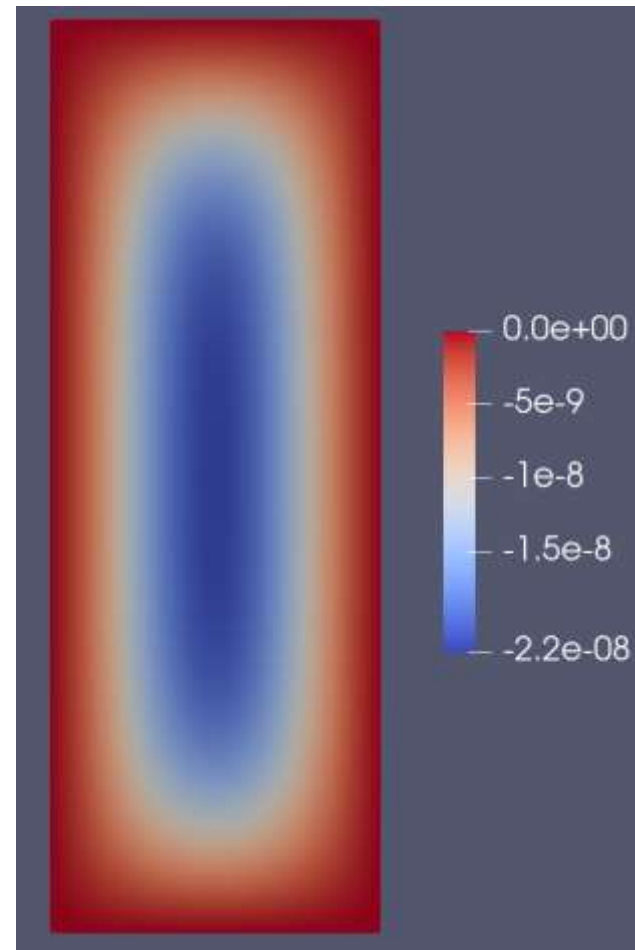
幅：0.545m長さ：0.2m（既知形状）



PINNs類推解



FEM解

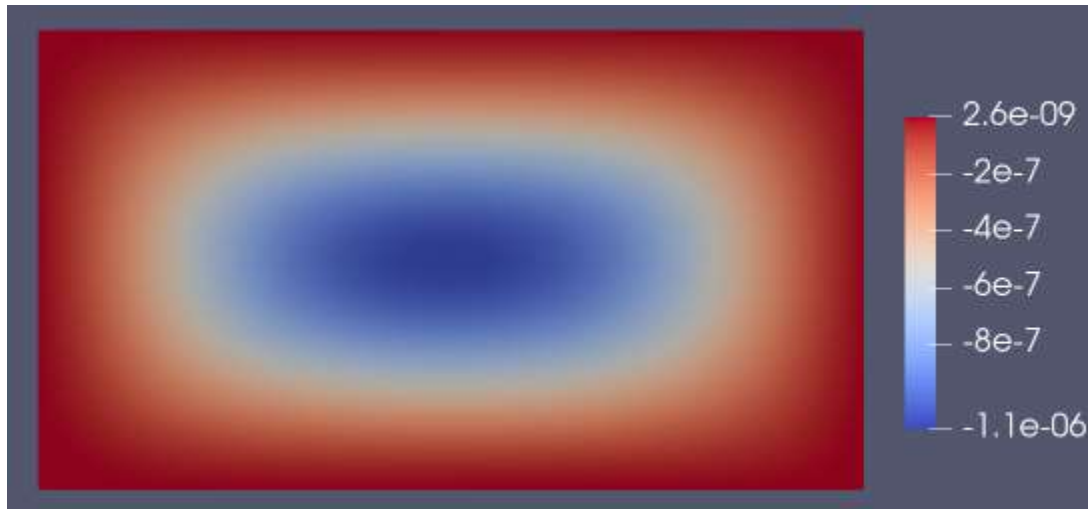


# Z方向変位分布

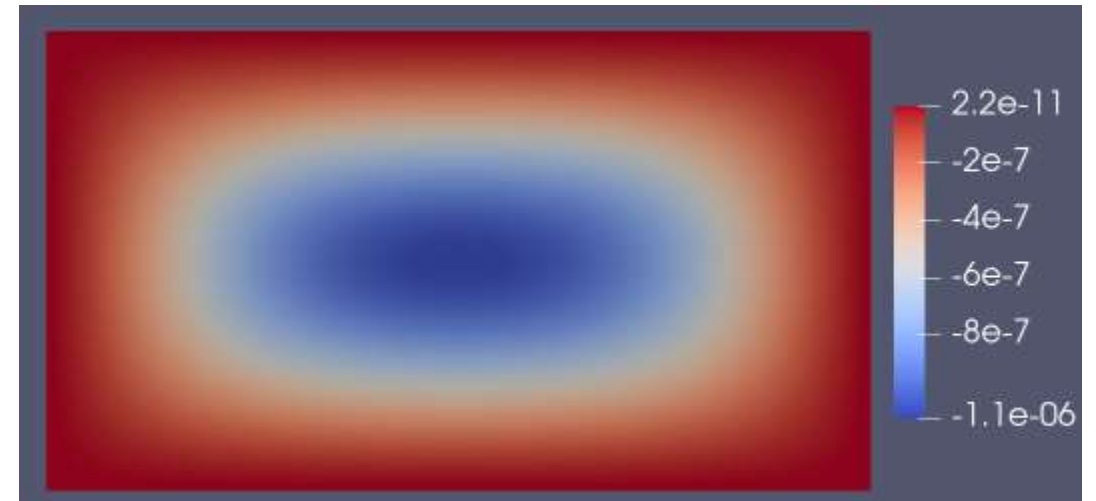
幅：0.545m長さ：1m（既知形状）



PINNs類推解



FEM解

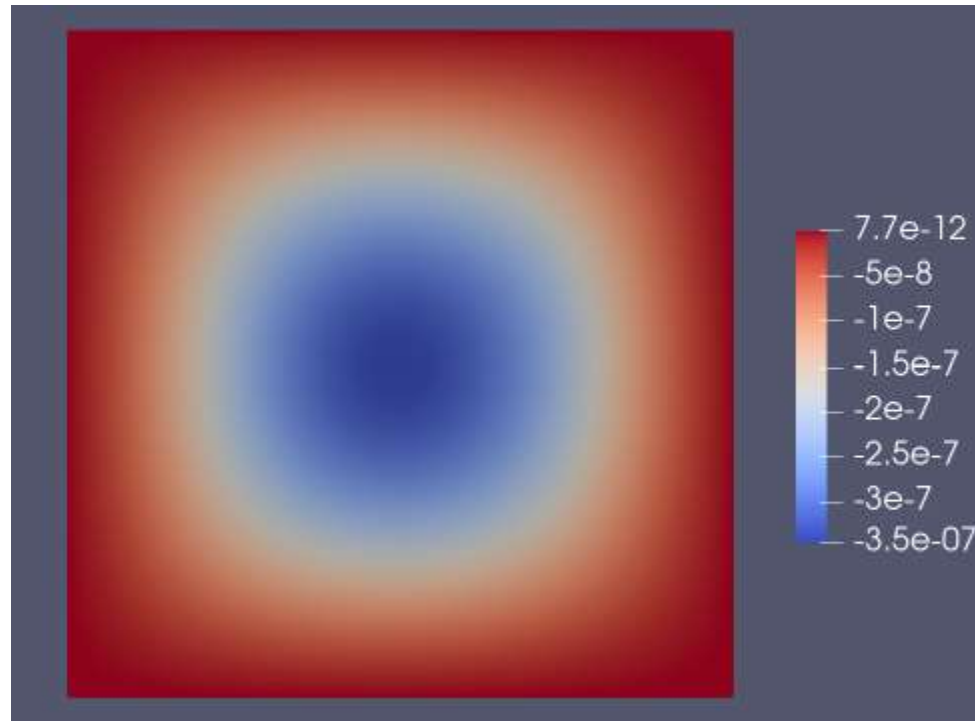


# Z方向変位分布

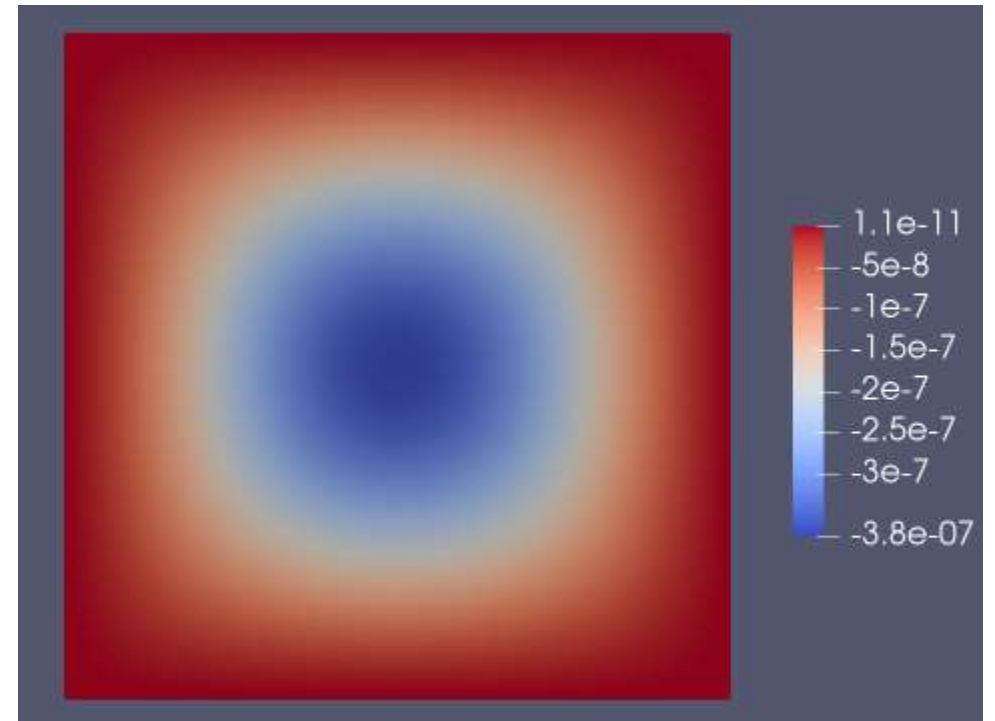
幅：0.5m長さ：0.5m(未知形状)



PINNs類推解



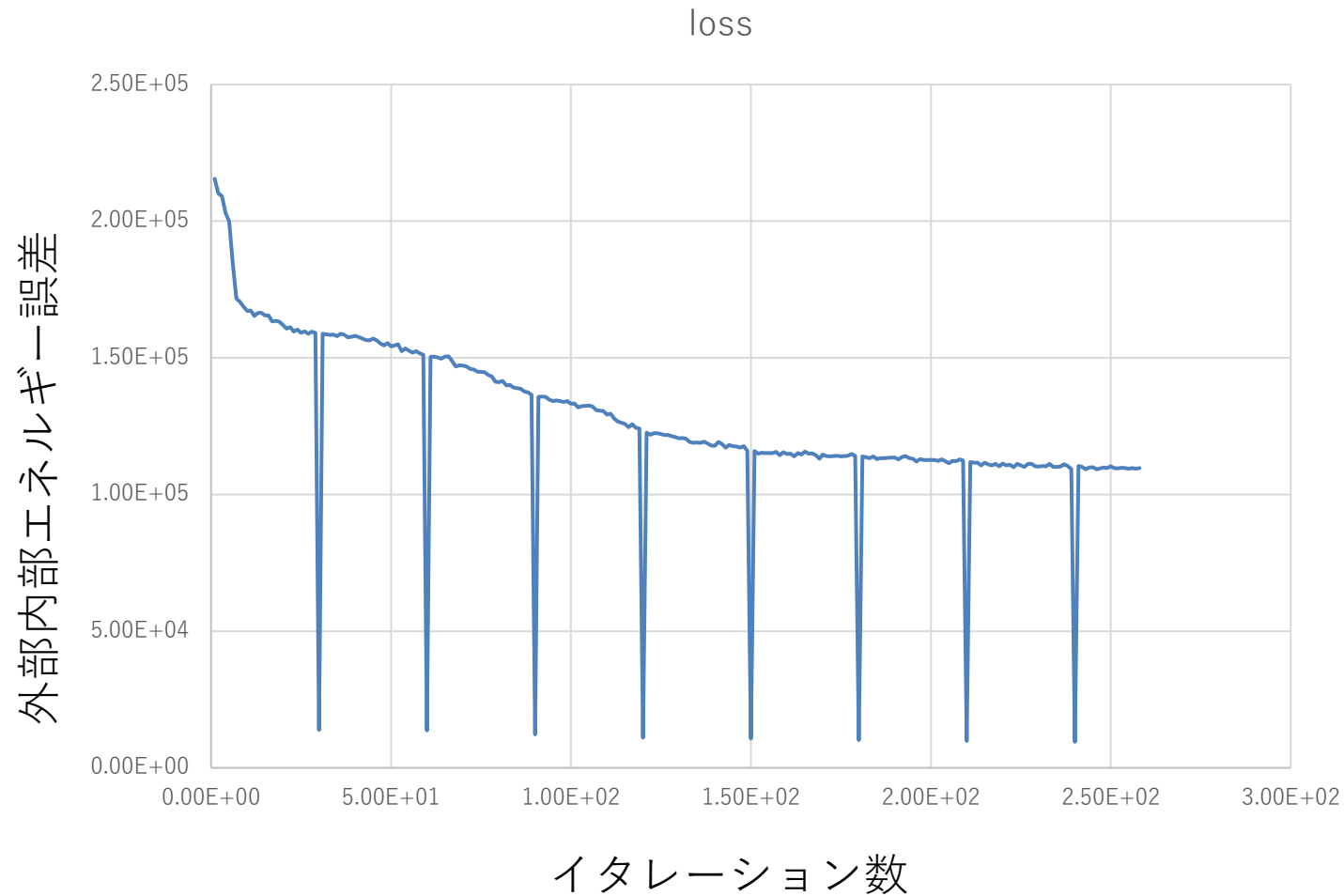
FEM解



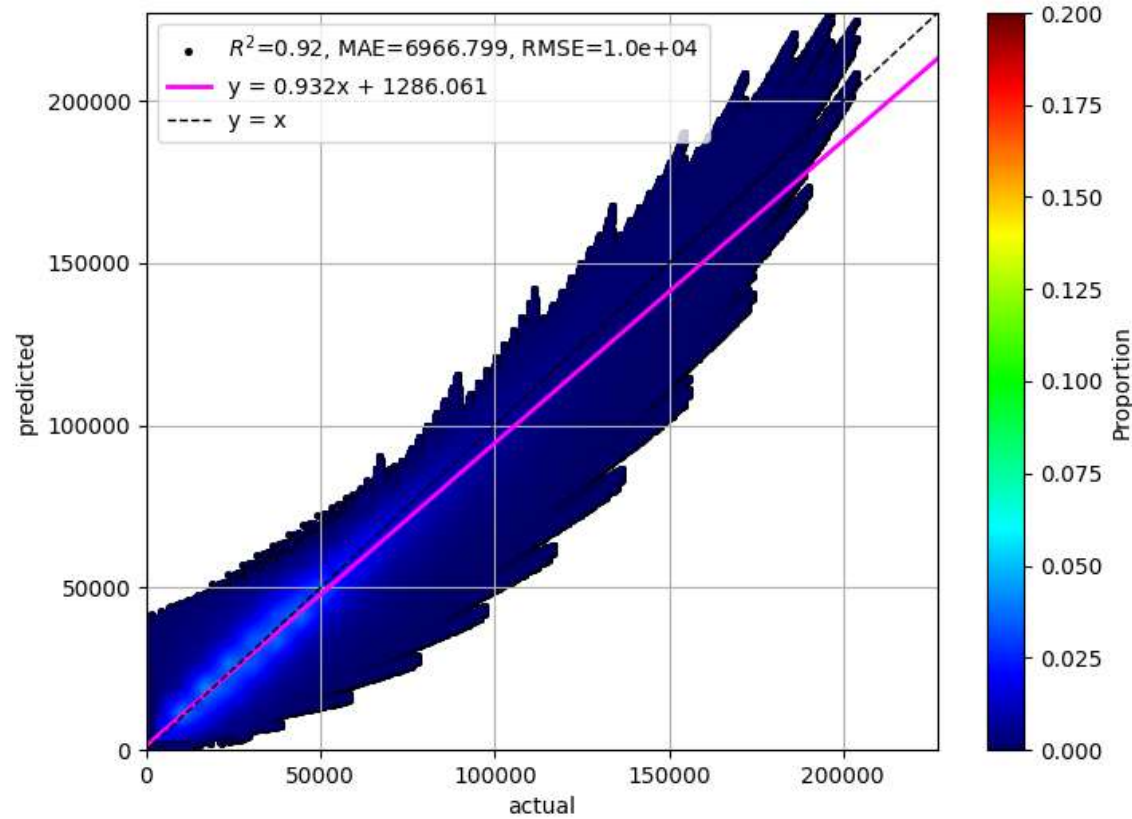


# 応力類推モデル検証

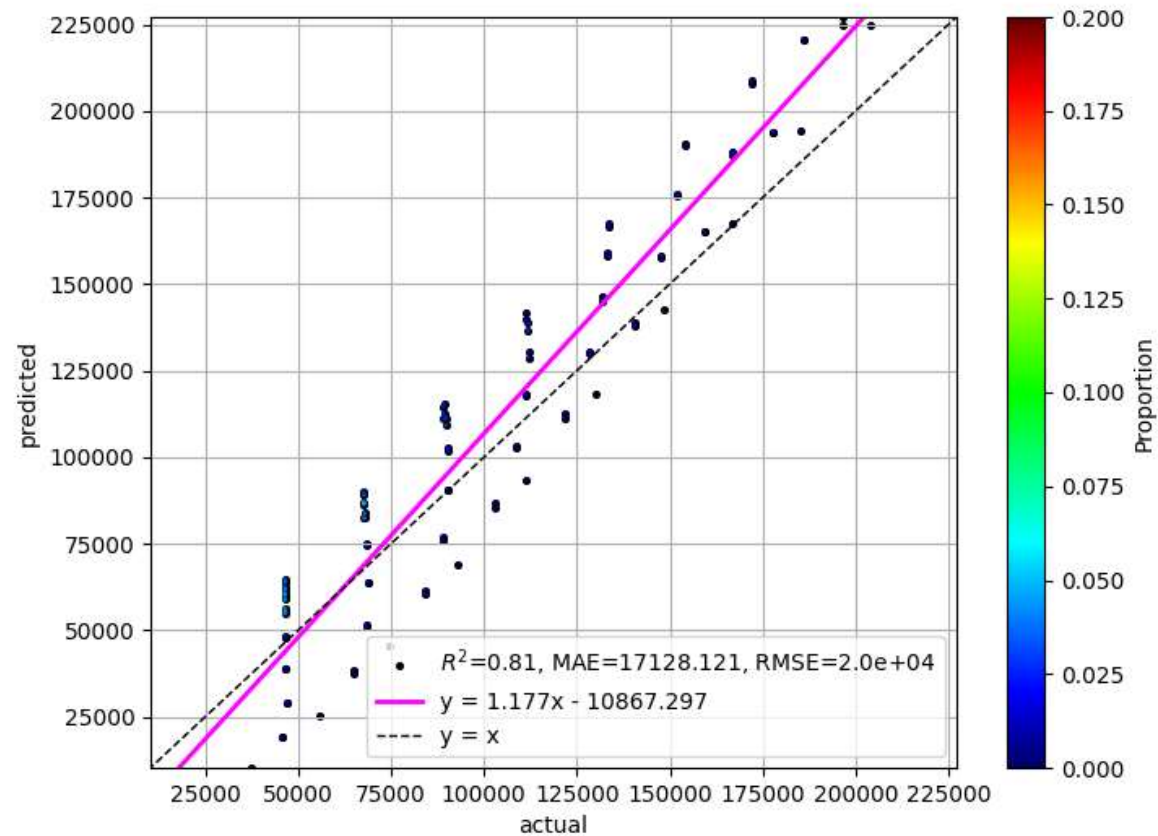
# 損失関数の収束状況



# ミーゼス応力精度比較プロット



# 最大ミーゼス応力精度比較プロット

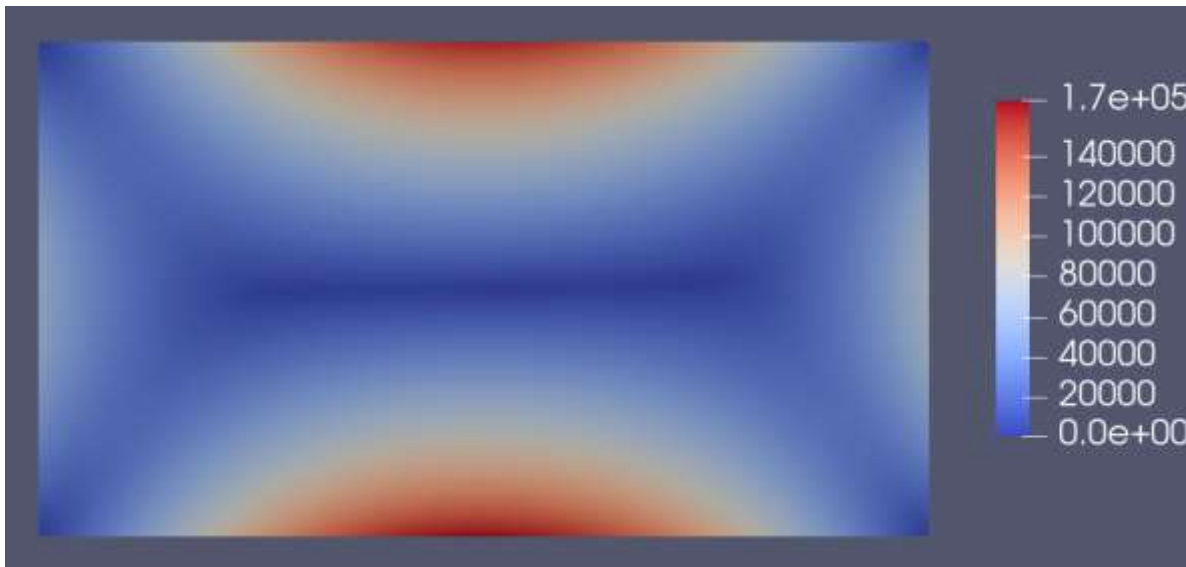


# ミーゼス応力の比較

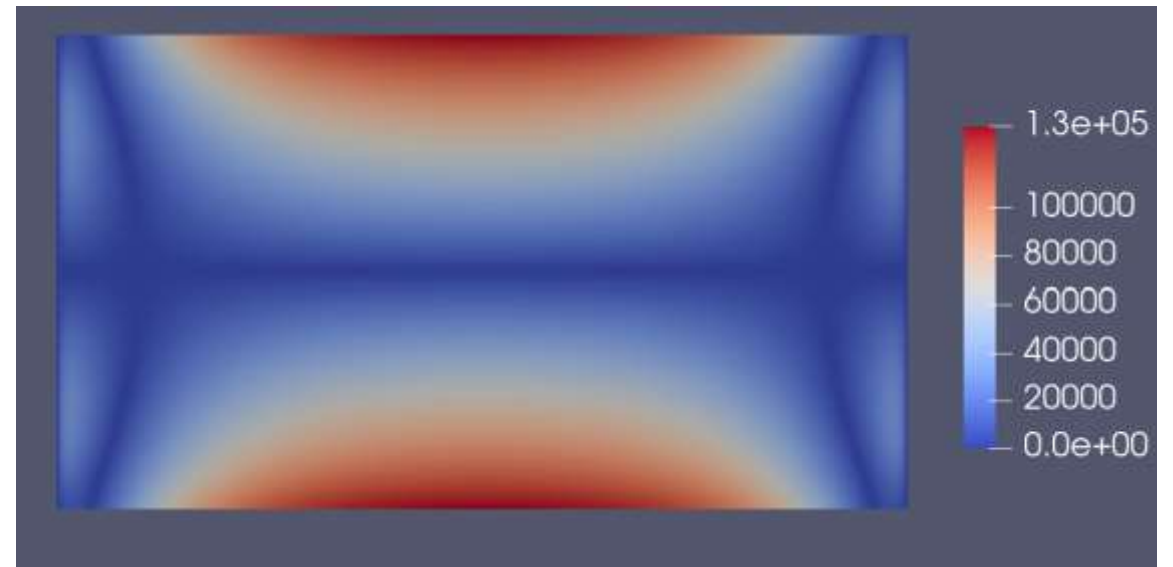
幅：0.545m 長さ：1m (既知形状)



PINNs類推解



FEM解

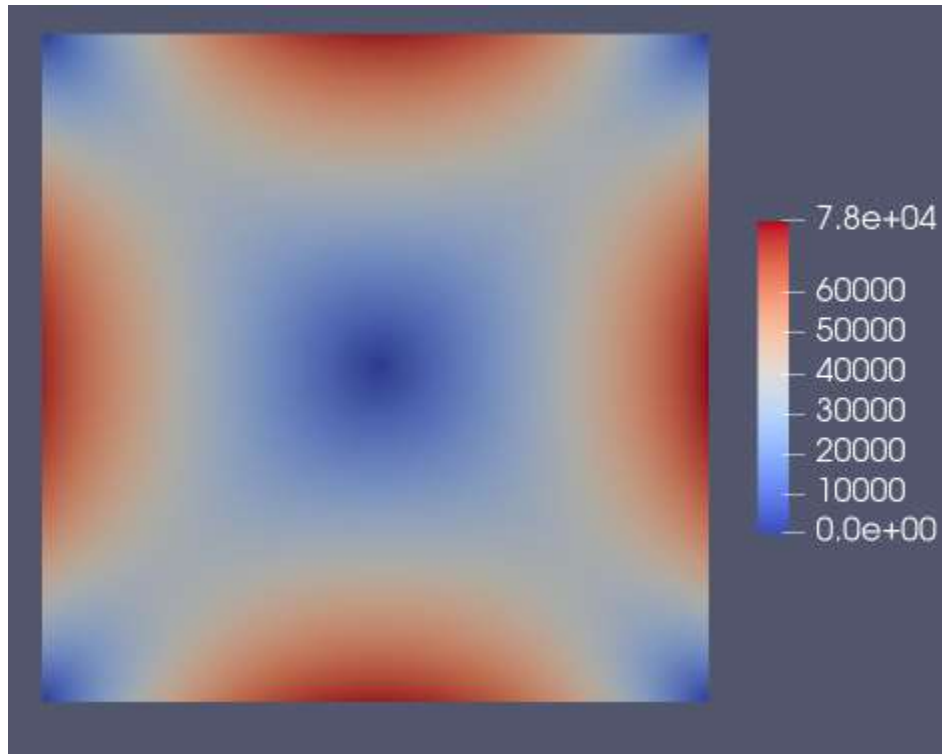


# ミーゼス応力の比較

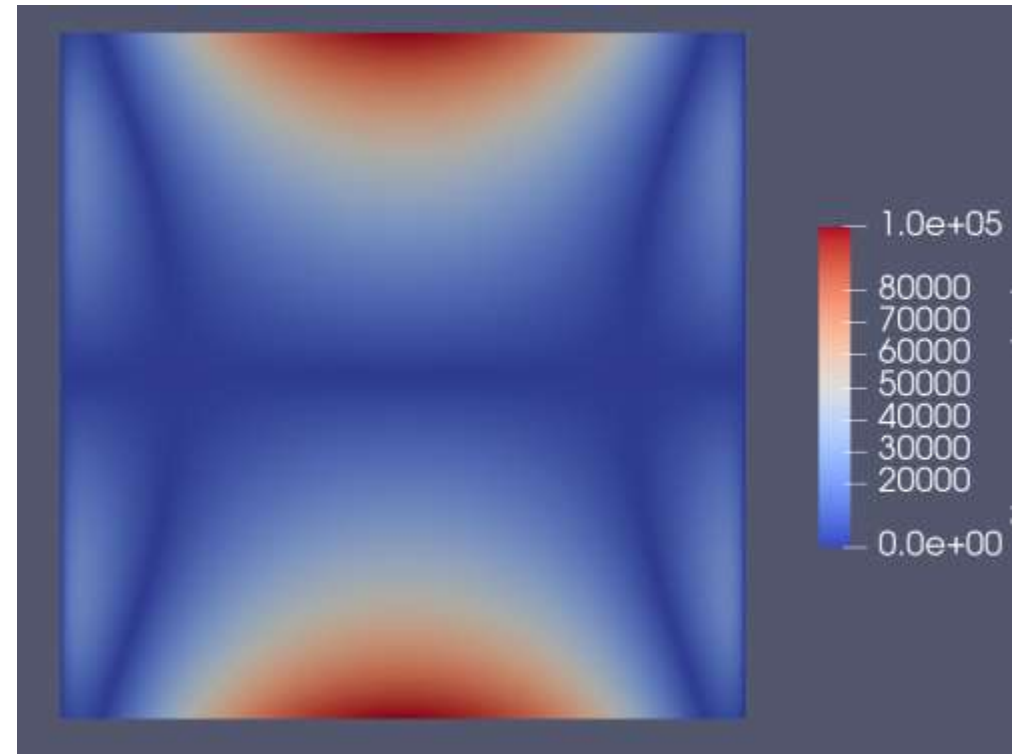
幅：0.5m 長さ：0.5m (未知形状)



PINNs類推解



FEM解





Astra

---

以上